UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

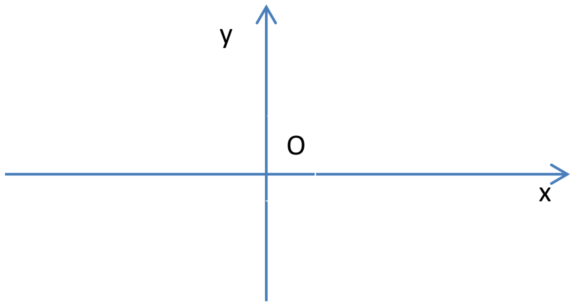
FILA B

Nome e Cognome:____________________________Matricola:_____________

Compitino di Meccanica dei Continui del 26/5/2011

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Un moto piano di un fluido è formato da un flusso uniforme **u** = U **i** (**i** versore dell'asse x) più una sorgente, situata nell'origine O. Si chiede di scrivere le due componenti (radiale e azimutale) del vettore velocità del moto composto, di fare uno schizzo qui a fianco delle linee di corrente, e di verificare il teorema di Stokes (che lega circolazione e vorticità) per un percorso circolare di raggio arbitrario e centrato in O.



ESERCIZIO 2. Si consideri uno strato limite che si sviluppa (**nel tempo** e non nello spazio) quando una lastra piana viene improvvisamente messa in moto sul proprio piano in un fluido fermo. La velocità della lastra (e quindi del fluido che le sta attaccato) è quindi:

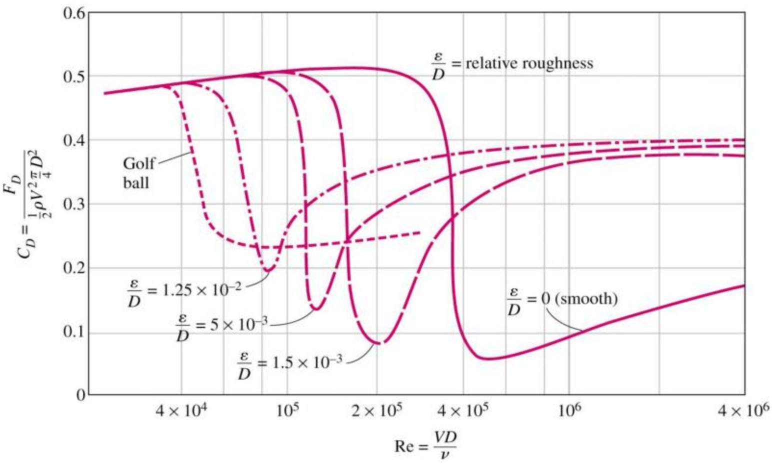
$u = 0$ per $t = 0$

$u = U =$ costante per $t = 0^+$.

Si scrivano le equazioni di tale strato limite, le condizioni iniziali e le condizioni al contorno. Si indichi una scala di lunghezza appropriata per δ_{99}, e si suggeriscano delle variabili di similitudine per trasformare l'equazione della quantità di moto lungo x (che è una PDE) in una ODE.

ESERCIZIO 3. Un profilo di strato limite (con velocità esterna U_∞ costante) può essere approssimato da un profilo lineare a pezzi del tipo: $u/U_\infty = \eta$ per $\eta \le 1$ e $u/U_\infty = 1$ per $\eta \ge 1$ (con $\eta = y/\delta_{99}$). Usando l'equazione integrale di von Karman si mostri che $\delta_{99}/x = 3.464\ Re_x^{-1/2}$; si calcoli inoltre il coefficiente di attrito locale $C_{f,x}$.

ESERCIZIO 4. Una palla da golf di diametro D = 6 cm viene colpita e si sposta in aria. La densità dell'aria è 1.2 kg/m^3 e la viscosità cinematica è $\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ m^2/s. Se la resistenza incontrata dalla pallina nel suo movimento è pari a 0.254 N, quanto vale la velocità della pallina?

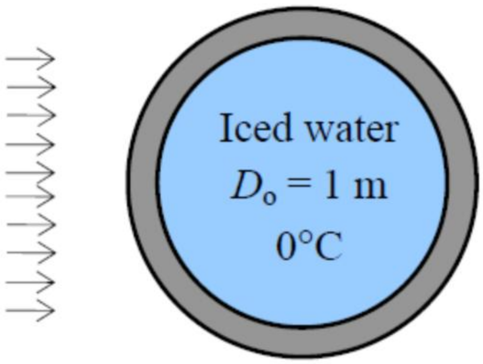


ESERCIZIO 5. Delle particelle di polvere hanno approssimativamente la densità dell'acqua. Calcolare il diametro delle particelle che hanno una velocità limite di affondamento nell'aria (densità e viscosità come nell'esercizio 4) di:

1. 1 m/s
2. 0.1 m/s
3. 0.01 m/s
4. 0.001 m/s.

Calcolare il numero di Reynolds approssimato per ogni caso, e spiegare se la semplice formula di Stokes è valida per ciascuno di questi casi.

ESERCIZIO 6. Un grosso serbatoio di forma sferica e diametro D_o = 1 m è esposto ad un vento di 35 km/h, come mostrato in figura. Si determini la resistenza esercitata dal vento sul serbatoio (ρ = 1.184 kg/m^3, ν = 1.562 x 10^{-5} m^2/s). Si usi il grafico dell'esercizio 4.



ESERCIZIO 7. Si scriva in forma vettoriale (e dimensionale) l'equazione dei moti di scorrimento (moti di Stokes) che lega il campo di pressione al campo di velocità, assieme all'equazione di conservazione della massa. Si consideri il caso bidimensionale nel piano (x, y) con le componenti del vettore velocità (u, v).

1. Si mostri che vale l'identità vettoriale $\nabla^2\mathbf{u} = -\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \nabla (\nabla\cdot\mathbf{u})$ e si derivi l'equazione: $\nabla p = \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}$.
2. Si mostri che la pressione p è una funzione armonica, che soddisfa cioè l'equazione di Laplace. Contrariamente a quello che potrebbe sembrare, tale equazione non è così utile perché spesso non sono note le condizioni al contorno sulla pressione. Si preferisce quindi derivare una nuova equazione per la funzione di corrente ψ …
3. Si mostri che $\nabla \times \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{0}$, e si calcoli questa espressione per il caso bidimensionale piano.
4. Nota l'equazione di continuità, si definisca la funzione di corrente e si mostri che la funzione di corrente è una funzione biarmonica, cioè $\nabla^2(\nabla^2\psi) = 0$ (il laplaciano è ora un laplaciano 2D nel piano, *i.e.* $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$).